

Actividades con el ajedrez para trabajar la argumentación y la resolución de problemas en matemáticas en Educación Primaria

Alberto Arnal-Bailera, Beatriz Gasca Lázaro (Universidad de Zaragoza. España)

Fecha de recepción: 30 de abril de 2018
Fecha de aceptación: 3 de septiembre de 2018

Resumen

El objetivo central de este trabajo es mostrar una secuencia de actividades basadas en el ajedrez y su capacidad para desarrollar la argumentación y la resolución de problemas en primaria, dos de las capacidades más importantes que se deben desarrollar en el área de Matemáticas. Se han llevado a la práctica y analizado cinco sesiones con alumnos del tercer curso de Educación Primaria en las que se realizan actividades sobre lo que llamamos “tableros acotados de ajedrez” que son partes de un tablero de ajedrez completo. Mostraremos diferencias significativas en la evolución que se produce a lo largo de las sesiones en ambos aspectos.

Palabras clave

Ajedrez, resolución de problemas, argumentación, educación primaria.

Title

Activities with chess to work on argumentation and solving problems in mathematics in Primary Education

Abstract

The main objective of this work (research) is to show how it can be developed in primary school the mathematical argumentation and problem solving by using activities based on chess which are two of the most important abilities to be worked and developed in Maths. There have been used five lesson plans called “limited chessboards” for 3rd year primary school students which have been lately analyzed. It will be shown significant differences regarding to the evolution in both aspects (problem solving and mathematical argumentation).

Keywords

Chess, problem solving, mathematical argumentation, primary education.

1. Introducción y marco teórico

Los recursos y estrategias didácticas convenientemente seleccionados y aplicados van a facilitar el aprendizaje de los alumnos (Gairín y Muñoz, 2006). El ajedrez ya ha sido estudiado en gran número de ocasiones comprobando en diversos contextos su utilidad educativa y su relación con la mejora del rendimiento matemático en general (Bart, 2014). Es a partir de aquí donde damos importancia a los juegos matemáticos en general y a los basados en ajedrez en particular como recurso didáctico. Atendiendo a la elaboración de Gairín y Fernández (2010), el ajedrez es tanto un ejercicio mental como un instrumento educativo, ciencia, arte, juego o deporte. Como instrumento educativo, es un recurso de mejora metodológica para la mayoría de las materias curriculares, en especial las matemáticas. Confiere al proceso educativo un matiz de originalidad y creatividad pudiendo ser un instrumento diagnóstico y terapéutico en el aspecto actitudinal, también es una herramienta adecuada para la educación de valores. Como juego es una fuente de diversión y entretenimiento, fomenta el respeto a las reglas y es un gran recurso motivador. Dentro de los juegos lo consideraremos juego de



estrategia. Como ejercicio mental es un entrenamiento cerebral debido a que puede ayudar a aumentar la concentración, mejora aspectos como: la memoria, la organización personal y la capacidad de tomar de decisiones.

Por otro lado, el ajedrez gana terreno en el plano curricular con su inclusión en los sistemas educativos de muchos países del mundo (Cuba, Venezuela, Rusia...). En particular, en Europa se firmó la Declaración del Parlamento Europeo, de 15 de marzo de 2012, sobre la introducción del programa «Ajedrez en la Escuela» en los sistemas educativos de la Unión Europea que ha tenido consecuencias, por ejemplo, en Noruega donde su parlamento ha aprobado el plan para incluir el ajedrez como asignatura con una hora semanal para los estudiantes entre 8 y 11 años. En España, las comunidades autónomas de Aragón, Cataluña, Extremadura, Galicia y Cantabria han llevado a cabo programas para la promoción del ajedrez, pero sin que haya relación entre los mismos. En Aragón, encontramos más de 100 colegios seleccionados para el programa ajedrez en la escuela en el curso 2016-2017. Algunas de las finalidades del programa son “potenciar las capacidades de cálculo, de análisis y de síntesis (...). Fomentar el razonamiento convergente y divergente para aumentar la capacidad de resolver problemas.”, que quedan en relación con nuestra secuencia didáctica (Orden ECD/617/2016, de 14 de junio de 2016).

Este apoyo a nivel internacional y nacional al ajedrez en la escuela se basa en la gran cantidad de estudios internacionales que avalan sus efectos positivos en el rendimiento matemático general a partir de una instrucción en ajedrez como los llevados a cabo por Smith y Cage (2000) en Estados Unidos o Trincherio (2013) en Italia. Aciego, García y Betancourt (2012) constatan mejoras significativamente mayores en la resolución de problemas en matemáticas entre los alumnos que recibieron clases extraescolares de ajedrez por encima de aquellos que practicaron otros deportes como actividad extraescolar. Kazemi, Yektayar y Abad (2011) recopilan estudios en los que muestran que el ajedrez ayuda en la mejora académica, en concreto, en las estrategias de resolución de problemas, mejora de la memoria, de la atención, del pensamiento crítico y de la creatividad, así como el aumento de la visión espacial y la habilidad para reconocer patrones. También en España, Nortes (2015) considera que el juego del ajedrez debe de ser un recurso didáctico en la enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas.

De todos los posibles beneficios a nivel matemático que se pueden obtener de la práctica del ajedrez, nosotros nos centraremos en la resolución de problemas y el razonamiento lógico ya que, según Gairín y Fernández (2010), el trabajo con el ajedrez va ligado de forma inseparable al razonamiento lógico, es decir, entran en juego numerosas formas de razonamiento y el jugador de ajedrez ha de tomar decisiones que son precedidas de reflexión, y como indican Maz-Machado y Jiménez-Fanjul (2012), uno de los componentes de la práctica del ajedrez es el desarrollo de estrategias para la resolución de problemas y del pensamiento lógico, los cuales están incluidos en matemáticas. La resolución de problemas y la argumentación son muy importantes en el área de matemáticas y están estrechamente relacionadas con el ajedrez y la secuencia didáctica que se va a mostrar a lo largo de este trabajo. En la secuencia, los tableros acotados son considerados fundamentalmente juegos de estrategia.

Son muchas las técnicas de resolución de problemas que pueden aflorar en la resolución de las actividades basadas en el ajedrez: ensayo y error, dibujar un diagrama, reducir el problema a uno más simple, separar el problema en partes o razonar hacia atrás entre otras (Polya, 1965). Además, aunque solo en algunas actividades, exploramos las posibilidades educativas de que un alumno construya un enunciado factible para que lo resuelva el compañero.

Tomamos la definición de argumentación de Sardá (2003, p. 123), “actividad social, intelectual y verbal que sirve para justificar o refutar una opinión, y que consiste en hacer declaraciones teniendo

en cuenta al receptor y la finalidad con la cual se entienden. Para argumentar hace falta elegir entre diferentes opciones o explicaciones y razonar los criterios que permiten evaluar como más adecuada la opción elegida”. Esta definición pone el énfasis en los aspectos que queremos trabajar con nuestros tableros acotados, como son la verbalización de las acciones realizadas y de las razones que llevan a elegir una opción sobre otras. Todo ello visto como una actividad social puesto que los alumnos trabajarán en parejas y con el objetivo de convencer al compañero de la corrección de la solución propuesta a cada actividad. Atendiendo a De Gamboa, Planas y Edo (2010, p. 37), entendemos la argumentación matemática como “un tipo de argumentación que se desarrolla dentro de la actividad matemática y en la que la ley de paso se apoya en elementos del conocimiento matemático, requiriéndose la capacidad de comprender o de producir una relación de justificación entre proposiciones que sea de naturaleza deductiva y no sólo semántica.” En la argumentación tenemos unas premisas que son los hechos para validar la afirmación y llegar a la conclusión, y la ley de paso son las razones que justifican las conexiones entre datos y conclusión. Consideramos que hay un claro paralelismo entre la argumentación matemática y la argumentación en ajedrez y que por tanto un trabajo ordenado con las actividades propuestas puede redundar en mejoras futuras en la argumentación matemática.

A nosotros nos interesa la práctica argumentativa en nuestra secuencia didáctica de actividades sobre tableros acotados de ajedrez ya que trabajamos la resolución de problemas y es necesario que los alumnos razonen o expliquen por qué han realizado esas acciones y puedan reflexionar. En estos niveles, no entraremos en grandes diferencias entre explicar o justificar, aunque sí que es cierto que al principio utilizamos el verbo “explicar” y con el paso de las sesiones cambiamos o combinamos “explicar” con “justificar” ya que como hemos visto con la definición, es un término que va más allá, incluye establecer relaciones, examinar su credibilidad y queremos ver la evolución en la práctica argumentativa de los alumnos a lo largo de las sesiones.

2. Metodología

Se elaboró una secuencia didáctica que se desarrolló a lo largo de 5 sesiones de 45 minutos en las que 24 alumnos de 3º de Educación Primaria en un Colegio Público de Zaragoza resolvieron 23 actividades basadas en el ajedrez que presentaremos en la siguiente sección.

Los juegos en el contexto escolar precisan del uso de material concreto como tableros y fichas o simplemente lápiz y papel, materiales que permitan registrar los procesos de resolución del problema matemático implicado en el juego (Corbalán, 1994). Estos rasgos son importantes para la elaboración de secuencias didácticas, en concreto a partir del juego del ajedrez. Por este motivo, en la secuencia didáctica que presentaremos dotaremos al alumnado del material necesario con el fin de favorecer su proceso de enseñanza-aprendizaje: tableros acotados de papel y piezas físicas en tres dimensiones que podrán elegir utilizar o no.

Los alumnos se agruparon por parejas para realizar las actividades basadas en el ajedrez de manera que cada uno realizaba las tareas propuestas de manera individual con sus tableros acotados proporcionados en papel pero cada alumno podía comparar y discutir con sus compañeros los resultados obtenidos de manera que se potenciaba la colaboración entre ellos.

En cada una de las sesiones se tenía en cuenta la ficha entregada a los alumnos con las respectivas actividades programadas para la sesión, el tiempo empleado por cada alumno para la realización de las fichas, y con todo ello, la evolución individual de los alumnos a lo largo de las cinco sesiones atendiendo a la resolución de las actividades basadas en el ajedrez a la argumentación y al tiempo empleado.



Nos encontramos con 14 alumnos de 24 que ya sabían jugar con anterioridad al ajedrez de manera que conocían los movimientos y tenían nociones de vocabulario básico. Por lo tanto, ya que 10 de los 24 alumnos no sabían jugar, al principio de cada sesión, se destinaban los 10 o 15 primeros minutos para explicar los movimientos de las piezas que íbamos a utilizar, enseñar el vocabulario básico o ayudar en la argumentación esto lo hacíamos a través de la resolución en gran grupo de un ejemplo de tablero acotado diferente de los que aparecen en la secuencia. Las sesiones han sido diseñadas de manera que aumenta la dificultad a lo largo de ellas, cabe destacar que al principio se pide dar una explicación y al final se exige una justificación lo cual hace que las respuestas en cuanto a la argumentación sean más elaboradas.

3. Secuencia didáctica

Presentamos varias tablas (ver tablas 1 a 5) en las que se pueden ver las características más importantes de las actividades basadas en el ajedrez diseñadas. En cada tabla se indica:

- Tablero acotado, tablero reducido de ajedrez que se proporciona impreso a los niños en papel ocupando aproximadamente media hoja para la resolución de cada actividad.
- Sesión (S) en la que se ubica la actividad.
- Casillas (C), número de escaques del tablero acotado.
- Piezas (P), número de piezas de cada tipo necesarias para realizar la actividad, torres (T), alfiles (A) o caballos (C).
- Respuestas (R), número de posibles respuestas válidas para la actividad. Cuando hay un número indeterminado y mayor de 4 respuestas válidas, lo denotamos con V (varias).
- Enunciado, enunciado de cada actividad.

Queremos hacer notar que no era relevante el color de las piezas. Es decir, las actividades se resolvían generalmente con piezas del mismo color, independientemente de que durante las mismas se pudieran capturar o no. Sí se les explicó que en el juego de ajedrez hay dos colores distintos de piezas que forman dos equipos rivales y que las piezas del mismo color no se capturan entre sí. Esta decisión se tomó para simplificar las actividades, centrándonos en los procesos de argumentación y resolución de problemas.

Hemos clasificado los juegos atendiendo a unas características comunes en cuatro grupos: Tipo A, tableros con todas las piezas; tipo B, tableros vacíos; tipo C, tableros con algunas de las piezas colocadas y tipo D, tableros vacíos para creación de enunciados.

Las características que determinan la dificultad de las actividades son: el número de casillas o escaques del tablero acotado, el número de piezas involucradas en la actividad, la variedad de piezas y el número de distintas respuestas posibles. A continuación, describimos cada uno de los tipos de actividades e insertamos una tabla con los mismos.

Tipo A (ver Tabla 1), los alumnos ya tienen todas las piezas de ajedrez dibujadas en el tablero acotado de manera que cuando comienzan a jugar, tienen que responder si dichas piezas se capturan o no. La primera actividad es introductoria, las restantes son similares en cuanto al número de casillas, pero crecientes en dificultad debido al número y variedad de piezas involucradas y a la dificultad específica en el manejo del caballo.

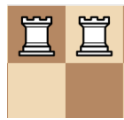
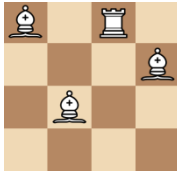
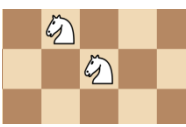
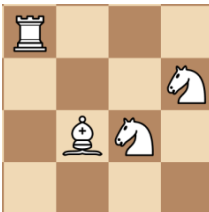


Tablero acotado	S	C	P	R	Enunciado
	1	4	2T	Sí/No	¿Se capturará una torre a otra? Sí/no porque...
	2	16	3A, 1T	Sí/No	¿Se capturan unas piezas a otras? Sí/no, porque...
	3	15	2C	Sí/No	¿Se capturarán los caballos? Dibuja su movimiento y explica por qué sí o por qué no.
	4	16	2C, 1A, 1T	Sí/No	¿Se capturan entre ellas las piezas del tablero acotado? Sí/no porque... Coloca otro caballo más que sea capturado por el alfil y que capture a la torre y justifica cómo has encontrado esa casilla.

Tabla 1. Actividades tipo A

Tipo B (ver tabla 2), los alumnos tienen los tableros acotados completamente vacíos y tienen que dibujar determinadas piezas de ajedrez atendiendo a las instrucciones de los enunciados. Las respuestas terminan dependiendo del jugador y deben de dar una argumentación. La dificultad crece desde la primera actividad, introductoria y con un solo tipo de piezas que no deben capturarse entre sí, hasta las finales con tableros acotados más grandes, varios tipos diferentes de piezas que deben cumplir condiciones más complejas. Las indicaciones que se les dan en los enunciados también contribuyen a incrementar la dificultad, ya que en las dos primeras se pide explícitamente que dibujen, los movimientos, mientras que en las siguientes no se les indica, esperando que se les ocurra o que los alumnos no lo necesiten para dar sus explicaciones o justificaciones.

Tablero acotado	S	C	P	R	Enunciado
	1	4	2T	2	Coloca dos torres de manera que no se puedan capturar entre ellas. Dibújalas. ¿Se capturará una torre a otra? Sí/no, porque... ¿Cómo?, dibuja el movimiento.
	1	4	2 ^a	4	Coloca dos alfiles de manera que no se puedan capturar entre ellos. Dibújalos. Dibuja el movimiento y explica por qué no se capturan.



Actividades con el ajedrez para trabajar la argumentación y la resolución de problemas en matemáticas en Educación Primaria

A. Arnal-Bailera y B. Gasca Lázaro

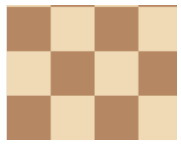
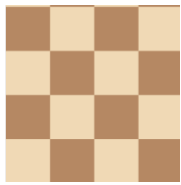
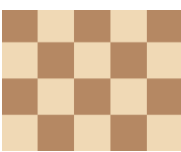
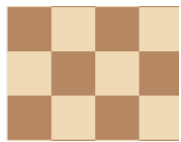
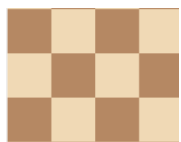
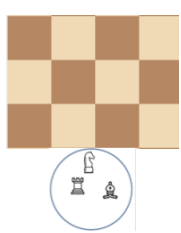
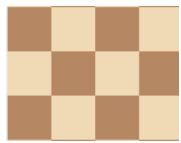
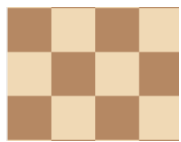
	1	12	1T, 3A	V	Coloca una torre y tres alfiles de manera que no se puedan capturar entre ellos.
	2	16	3A 1T	V	Coloca las piezas del ejercicio anterior de manera que no se capturen entre ellas. Explica por qué.
	3	20	2C 2A 1T	V	Coloca dos caballos, dos alfiles y una torre de manera que no se capturen entre ellos.
	4	12	1C 1A 1T	V	Coloca un caballo, un alfil y una torre de manera que: la torre sea capturada por el caballo, el alfil sea capturado por la torre y el alfil capture al caballo.
	4	12	1C 1A 1T	V	Coloca un caballo, un alfil y una torre de manera que: La torre sea capturada por el caballo, el alfil sea capturado por la torre y el alfil coma al caballo. Debe realizarse de tres maneras diferentes.
	5	12	1T 1C 1A	V	Coloca una pieza en la casilla que elijas (puedes elegir por cuál empiezas). Coloca otra sin ser capturada ni que capture a la primera (puedes elegir qué pieza es la segunda). ¿En cuántos sitios puede ir la tercera para no ser capturada ni que capture la tercera pieza? Justifica.
	5	12	1T 1C 1A	V	1º-Coloca la primera pieza en la misma posición que en el ejercicio anterior. 2º-Coloca la segunda pieza elegida anteriormente, pero en <u>otro sitio diferente sin ser capturada ni capturar a la primera pieza</u> . Responde: ¿En cuántas casillas puede colocarse la tercera pieza para no ser capturada ni que capture? Justifica como has resuelto el ejercicio.
	5	12	1T 1A 2C	V	Coloca una torre, un alfil y dos caballos, de manera que no se capturen entre ellas. Justifica porqué no se capturan dichas piezas y porqué las colocas en esas casillas.

Tabla 2. Actividades tipo B

Tipo C (ver tabla 3), en los tableros acotados hay algunas piezas ya colocadas y el enunciado exige colocar más piezas de ajedrez que cumplan unas determinadas condiciones como pueden ser: que se coman dichas piezas, que no se coman dichas piezas... Los alumnos deben de dar una argumentación. La dificultad crece desde la primera actividad, en la que solo se introduce una pieza que no capture ni sea capturada por las que ya están colocadas, hasta las finales con tableros acotados más grandes, introduciendo varios tipos diferentes de piezas que deben cumplir condiciones más complejas como que capturen a unas de las piezas ya colocadas, pero no a otras.



Tablero acotado	S	C	P	R	Enunciado
	1	13	2T1A	1	Coloca un alfil de manera que las piezas no se puedan capturar entre ellas. Dibújalo. Dibuja sus movimientos y explica por qué.
	2	12	2T1A	1	Coloca un alfil de manera que las piezas no se puedan capturar entre ellas. Explica por qué no se capturan entre ellas.
	2	25	3A2T	2	Dónde colocarías dos alfiles de manera que no se capturaran las piezas entre ellas. Dibújalos y marca las casillas. Explica por qué no se capturan.
	3	9	2C1T	3	Coloca un caballo de manera que no se capturen las piezas entre ellas. Explica por qué no se capturan. Dibújalo
	3	12	2C1A1T	3	Coloca dos caballos de manera que no se capturen ninguna de las piezas. Dibújalos, dibuja su movimiento y explica por qué no se capturan.
	4	25	1º: 2T4C 2º: 8C1A	4C 1A	1º-Coloca un caballo para <u>que capture a la torre del centro y no sea capturado</u> . Busca todas las soluciones posibles. 2º-Coloca a un alfil para que pueda capturar a las dos torres y no sea capturado por ellos. Explica por qué lo has colocado ahí.

Tabla 3. Actividades tipo C

Tipo D (ver tabla 4), los tableros acotados se presentan vacíos. Los alumnos tienen que crear un enunciado, resolverlo y argumentar su respuesta. Al final de la sesión tienen que resolver las actividades creadas por su compañero y corregir lo que han resuelto sus compañeros. Consideramos



Actividades con el ajedrez para trabajar la argumentación y la resolución de problemas en matemáticas en Educación Primaria

A. Arnal-Bailera y B. Gasca Lázaro

estas actividades las más complejas y de mayor dificultad, por eso se llevan a cabo solamente en las sesiones 4 y 5.

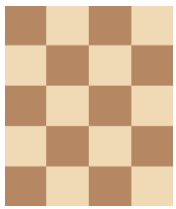
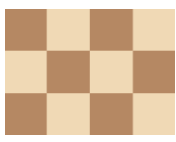

Tablero acotado	S	C	P	R	Enunciado
	4	20	1C1A1T	V	Crea un ejercicio con al menos un caballo, un alfil y una torre. Inventa y escribe el enunciado y resuélvelo justificando.
	5	12	2A1T1C	V	Crea tu propio enunciado con dos alfiles, una torre y un caballo. Justifica las respuestas Resuélvelo y que lo resuelva tu compañero.
	5	12	2A1T1C	V	Vuelve a escribir el enunciado del ejercicio anterior para que lo pueda resolver tu compañero. Resuelve el ejercicio y explica porque colocas las piezas en esas casillas.

Tabla 4. Actividades tipo D

4. Resultados

En este trabajo, además de la elaboración de la secuencia de actividades, ha interesado observar los cambios mostrados por los alumnos en aspectos relacionados con la argumentación y la resolución de problemas durante la resolución de las mismas.

En particular, respecto de la competencia argumentativa estudiamos la evolución de explicaciones sencillas a explicaciones más complejas o incluso a justificaciones. Respecto de la resolución de problemas, analizamos la aparición de heurísticos como la codificación de la información o la búsqueda sistemática de soluciones abandonando el ensayo y error.

Pasamos a comentar los resultados del grupo en general. En la tabla 5 mostramos los porcentajes de los resultados de las actividades obtenidos en la 1ª, 3ª y 5ª sesiones en cuanto a las actividades más relacionadas con resolución de problemas. Además de la primera y última sesiones, consideramos interesante estudiar la tercera ya que aparece la dificultad especial del manejo del caballo. Codificamos como bien (B) las actividades en las que los alumnos colocan, dibujan y resuelven correctamente lo indicado en el enunciado. Codificamos con (M) mal si los alumnos no son capaces de colocar, dibujar o responder lo que se les indica en el enunciado. Podemos observar que los porcentajes de las actividades mal resueltas disminuyen de la primera a la tercera sesión y que en la última sesión se produce un ligero aumento, ligado al aumento de la dificultad.

	Primera sesión	Tercera sesión	Quinta sesión
Bien	93%	99%	73%
Mal	7%	1%	27%

Tabla 5. Sobre resolución de los problemas

En la tabla 6 observamos los porcentajes de los resultados de las actividades obtenidos en la 1ª, 3ª y 5ª sesiones en cuanto a la argumentación de estas. Codificamos como bien (B) las actividades en las que los alumnos tienen bien la argumentación si son capaces de dar una explicación de porqué han colocado en esas casillas determinadas las piezas atendiendo a los movimientos de las piezas y cumpliendo las indicaciones que se les proporcionan en el enunciado. Codificamos como regular (R), si los alumnos no son capaces de dar una explicación clara de porqué han colocado las piezas en esas casillas atendiendo a los movimientos de las piezas y atendiendo a las indicaciones que se les proporcionan en el enunciado. Consideramos la argumentación de la actividad está mal (M) si los alumnos no son capaces de dar una explicación de porqué colocan las piezas en esas casillas determinadas atendiendo a sus movimientos para que se coman o dan una explicación que no se corresponde con su resolución y siendo esta incorrecta.

	Primera sesión	Tercera sesión	Quinta sesión
Bien	27%	38%	36%
Regular	40%	39%	13%
Mal	33%	23%	51%

Tabla 6. Sobre argumentación

De la primera a la tercera sesión se produce un aumento en los resultados correctos de la actividad y un descenso en los incorrectos. De la tercera a la quinta sesión se mantiene prácticamente el número de alumnos que argumenta bien la actividad, desciende el número de alumnos que resuelve regular la actividad y aumenta el número de alumnos que argumenta mal la actividad.

De todo lo anterior y de nuestras observaciones directas concluimos que las primeras sesiones son de un nivel completamente adecuado a los alumnos y que quizá la última requeriría de algo más de tiempo para su realización por todos o bien de mayores explicaciones intermedias en la propia sesión.

Tras analizar el grupo en conjunto, pasamos a dar algún ejemplo del trabajo de alumnos particulares que creemos que también es ilustrativo de los resultados de las actividades. Como muestra de la evolución de los alumnos estudiamos el trabajo en estas tres sesiones del alumno codificado como 14G, este alumno sabía jugar con anterioridad al ajedrez, aunque sus conocimientos se limitaban a los movimientos básicos de las piezas y no había participado en torneos ni estaba federado. Este perfil de alumno es muy común en esta clase en particular y en los Centros participantes en el programa “ajedrez en la escuela” del Gobierno de Aragón.



La primera actividad que presentamos del alumno 14G es de tipo B y se desarrolla en la primera sesión: “Coloca una torre y tres alfiles de manera que no se puedan capturar entre ellos. Dibújalos. Dibuja su movimiento y explica por qué pasa esto.”. En la figura 1 mostramos el tablero acotado sobre el que tiene que responder (12 casillas). Esta actividad la podríamos calificar como sencilla y por eso la ubicamos en la primera sesión ya que sólo aparecen dos tipos distintos de piezas (torre y alfil) y el número de casillas del tablero no es muy alto y el enunciado no es complejo y se pide una explicación al alumno.

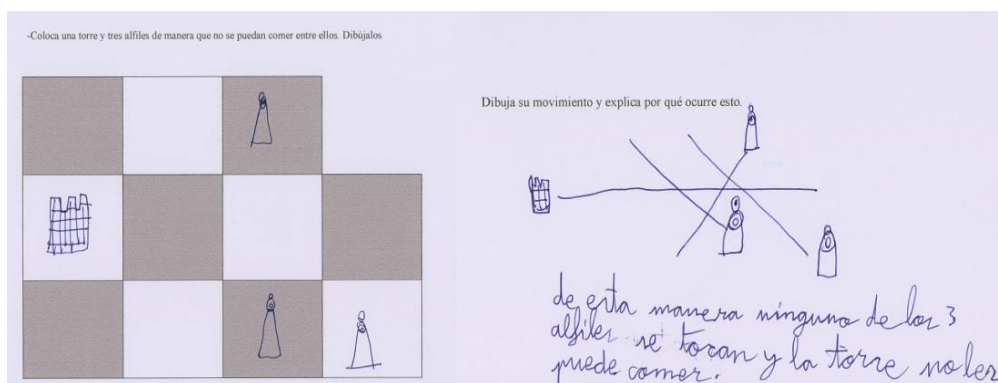


Figura 1. Respuesta del alumno 14G a una actividad de la sesión 1

El alumno resolvió correctamente la actividad recurriendo al ensayo y error, lo que fue observado durante la experimentación, aunque debido al uso de piezas físicas no quedó rastro escrito de las pruebas iniciales que hizo el alumno y sí de la respuesta final. A pesar de que se puede resolver de varias maneras distintas, el alumno opta por dar una única respuesta. Su compañero, codificado como 13G resuelve la misma actividad de una manera diferente, lo que resultó muy interesante y enriquecedor para esta pareja ya que pudieron ver que el mismo enunciado se puede resolver de más de una forma por el hecho de colocar ambos la torre en casillas distintas al empezar, los alfiles los pudieron colocar en diferentes casillas y ambas resoluciones ser correctas.

Transcribimos aquí la parte verbal de su respuesta escrita: “de esta manera ninguno de los 3 alfiles se tocan y la torre no les puede capturar.”

En cuanto a la argumentación, se puede observar como el alumno se queda algo corto en la explicación apoyándose en el dibujo realizado para la resolución (ver figura 1). El vocabulario que utiliza es limitado ya que no hace referencia a los tipos de movimientos característicos de cada una de las piezas ni emplea el término casilla ni otro equivalente para ubicar las piezas en el tablero acotado.

La segunda actividad que mostramos del alumno 14G es del tipo C, y se desarrolla en la tercera sesión. “Coloca un caballo de manera que no se capturen las piezas entre ellas. Explica por qué no se comen. Dibújalo”. En la figura 2 mostramos el tablero acotado sobre el que tienen que responder (9 casillas). En esta tercera sesión introducimos la pieza del caballo lo que aumenta la complejidad de la actividad, aparecen dos tipos de piezas (torre y caballo) y el enunciado no es muy complejo.

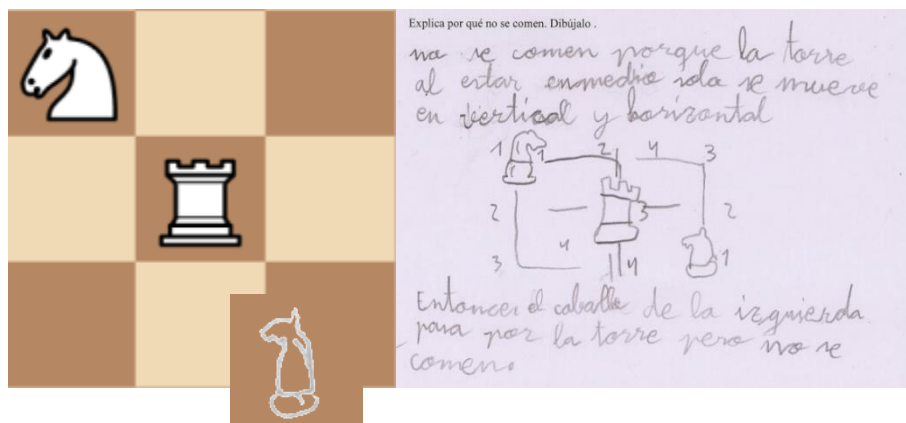


Figura 2. Respuesta del alumno 14G a una actividad de la sesión 3

Esta resolución es especialmente interesante ya que muestra cómo surge de manera natural la necesidad de codificar las casillas por las que pasa el caballo. Desarrollar estrategias de codificación de la información es muy importante a la hora de enfrentarse con la resolución de cualquier tipo de problemas, matemáticos o no, y también a la hora de explicar o argumentar sobre dicha resolución.

El alumno resolvió correctamente la actividad utilizando el ensayo y error de las piezas en 3 dimensiones físicas que le fueron proporcionadas y además dejando rastro escrito mediante un dibujo numerando con 1, 2, 3, y 4 las distintas casillas por las que pasa el caballo hasta llegar a la casilla final y también, los dos diferentes caminos que el caballo puede recorrer para alcanzar esa casilla como se puede observar en el dibujo realizado por el alumno en la figura 2.

Notar que el alumno incluye en su numeración la casilla en la que el caballo se encuentra al principio numerándola con el 1. Aunque esto no es completamente correcto, no afecta a la transmisión de la información sobre la resolución del problema que realiza el alumno.

Transcribimos aquí la parte verbal de su respuesta escrita: “No se capturan porque la torre al estar en medio solo se mueve en vertical y horizontal. Entonces el caballo de la izquierda pasa por la torre, pero no se capturan”.

En cuanto a la argumentación, el alumno ha mejorado ya que a pesar de que sigue utilizando un dibujo para la explicación, comienza a escribir sobre los movimientos de algunas de las piezas para ayudarse en esta explicación.

La tercera actividad que presentamos del alumno 14G es de tipo B y se desarrolla en la quinta sesión. “Coloca una torre, un alfil y dos caballos, de manera que no se capturen las piezas entre ellas. Justifica por qué no se capturan dichas piezas entre ellas y por qué las colocas en dichas casillas”. En la figura 3 mostramos el tablero acotado sobre el que tiene que responder (12 casillas). Esta actividad la podemos clasificar como de mayor dificultad ya que aparecen tres tipos distintos de piezas (torre, alfil y caballo) y en el enunciado se le pide al alumno una justificación, es decir, ese exige más que en las primeras sesiones en las que se les pedía a los alumnos una explicación.

El alumno resolvió correctamente la actividad, para ello dejó de utilizar las piezas en 3 dimensiones físicas proporcionadas de lo que no tenemos rastro escrito, pero fue observado durante la resolución de la actividad. De esta manera, el alumno fue capaz de resolver la actividad mentalmente y podemos suponer que su razonamiento mejoró. El alumno dejó de utilizar exclusivamente el ensayo y

error, aunque podemos ver cómo tuvo que borrar uno de los caballos dibujados al darse cuenta de que lo había colocado en una casilla errónea.

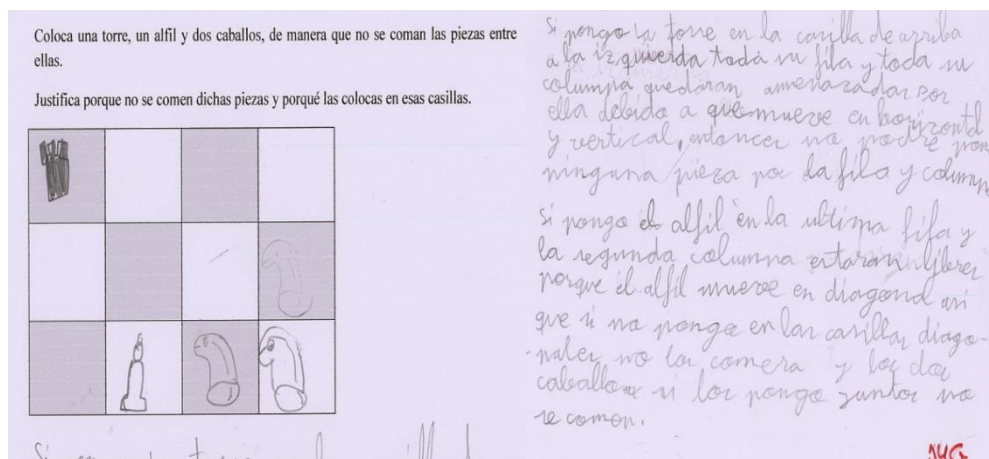


Figura 3. Respuesta del alumno 14G a una actividad de la sesión 5

Transcribimos aquí la parte verbal de su respuesta escrita: “Si pongo la torre en la casilla de arriba a la izquierda toda su fila y toda su columna quedarán amenazadas por ella debido a que mueve en horizontal y vertical, entonces no puede poner ninguna pieza por la fila y columna. Si pongo el alfil en la última fila y la segunda columna estarán libres porque el alfil mueve en diagonal así que si no pongo en las casillas diagonales no lo capturará y los dos caballos si los pongo juntos no se capturan”.

En cuanto a la argumentación, podemos observar como el alumno ha evolucionado, desaparece esa necesidad de realizar un dibujo para ayudarse que aparecía en las sesiones anteriormente analizadas. Además, el alumno utiliza un vocabulario más rico en términos de ajedrez: columna, fila, amenazar; y hace referencia a los movimientos de las piezas implicadas: horizontal, vertical, diagonal... También, podemos observar como aparece la necesidad de nombrar las casillas e incluso de codificarlas, de manera que sea más sencilla la comprensión de su argumentación.

5. Conclusiones

Ya hemos comentado que algunos alumnos no tenían conocimientos previos de ajedrez, no obstante, estos mostraron gran interés por aprender, además los alumnos que ya sabían les ayudaron en el momento de las explicaciones de los movimientos. Con esta actitud positiva, activa y receptiva hacia el aprendizaje de los movimientos fueron capaces de realizar las actividades de cada sesión a tiempo lo que aumentaba su motivación para las siguientes sesiones. En ocasiones incluso hacían sugerencias de posibles modificaciones en los futuros tableros acotados de las siguientes sesiones, por ejemplo, introducir enunciados en los que se pidiera que las piezas añadidas sí comieran a alguna de las que estaban previamente dibujadas en el tablero acotado. Podemos afirmar de esta manera que la secuenciación y temporalización de las actividades es adecuada.

Respecto al desarrollo de la competencia argumentativa durante las sesiones podemos afirmar que se produjo una cierta evolución en cuanto a la extensión y complejidad en la elaboración de las respuestas de los alumnos. Encontramos en la primera sesión alumnos que no eran capaces de dar una explicación dejando la respuesta prácticamente en blanco que pasaron en las últimas sesiones a dar

explicaciones más elaboradas acercándose a la justificación y a una verdadera práctica argumentativa. Considerando las limitaciones de tiempo al desarrollar la secuencia en 5 sesiones, pensamos que si se ampliara para ser desarrollada a lo largo de un curso escolar o un trimestre completo todavía podría producirse una mayor evolución en este sentido.

En las primeras sesiones los alumnos carecen de vocabulario y conforme van avanzando se les va dotando de este y de frases más complejas. Además, con el paso de las sesiones, los enunciados de las actividades les exigen más respuesta argumentativa, ya que han sido diseñados para ir exigiendo más, y por ende se ha mostrado una mejora de la práctica argumentativa.

Respecto a la resolución de problemas (considerando como tales las actividades no rutinarias) con ajedrez han aparecido rasgos relacionados con la utilización de heurísticos que podrían ser transferidos a la resolución de problemas en matemáticas. Entre ellos se encuentran la evolución desde el ensayo y error puro a una búsqueda más sistemática de soluciones, la codificación de las casillas para facilitar las explicaciones posteriores, la aceptación de que un problema puede tener más de una solución y por tanto más de un camino para obtenerlas lo que es reforzado por la elaboración de enunciados propios. A continuación, se dan algunos detalles de cada una de estas conclusiones.

En las primeras sesiones, los alumnos que no sabían jugar con anterioridad al ajedrez necesitaban utilizar las piezas en 3 dimensiones físicas para ensayar los movimientos y ver las distintas posibilidades (ensayo y error puro), de manera que llegaban a dibujar los movimientos en el tablero acotado. Al final de las sesiones esa necesidad de utilizar las piezas en 3 dimensiones físicas y marcar en las casillas las posibilidades desaparece de manera natural, es decir, una vez que han experimentado en las anteriores sesiones y conocen los movimientos, son capaces de realizar mentalmente un razonamiento lógico que les aleja del ensayo y error puro. Posiblemente todavía realizan un cierto ensayo y error, pero apoyado parcialmente en el razonamiento.

A lo largo de las sesiones aparecen casos en los que los alumnos asignan una numeración a las casillas de los tableros acotados que ellos consideran adecuada para después, en la argumentación utilizar esa numeración. Por este motivo, surge la necesidad de explicarles que existe una numeración y una notación en el ajedrez lo que puede ayudarles en esa argumentación en actividades futuras.

Como hemos comentado, la aparición de actividades que se pueden resolver de varias formas diferentes ha favorecido el enriquecimiento del razonamiento de los alumnos y les ha mostrado que a veces los problemas admiten varias soluciones correctas o varios caminos diferentes para llegar a la misma solución. Ambos hechos son de gran utilidad en el trabajo científico en general y matemático en particular. En este sentido, las actividades en las que hemos trabajado la elaboración de enunciados (sesiones 4 y 5) incluían que los alumnos resolvieran también la actividad inventada por su pareja (que también la había resuelto previamente). Este momento también es enriquecedor ya que es cuando muchos de los alumnos se dan cuenta que sus parejas lo resuelven de una manera diferente y también correcta.

Bibliografía

- Aciego, R., Garcia, L. y Betancourt, M. (2012). The benefits of chess for the intellectual and social-emotional enrichment in school children. *The Spanish journal of psychology*, 15(2), 551-559.
- Bart, W. M. (2014). On the effect of chess training on scholastic achievement. *Frontiers in psychology*, 5.
- Corbalán, F. (1994) *Juegos matemáticos para secundaria y bachillerato*. Madrid: Síntesis.



Actividades con el ajedrez para trabajar la argumentación y la resolución de problemas en matemáticas en Educación Primaria

A. Arnal-Bailera y B. Gasca Lázaro

- Gamboa, G. D., Planas, N. y Edo, M. (2010). Argumentación matemática: prácticas escritas e interpretaciones. *Suma: Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*, (64), 35-44.
- Muñoz, J. M. y Gairín, J. M. (2006). Moviendo fichas hacia el pensamiento matemático. *Suma: Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*, (51), 15-30.
- Gairín, J. y Fernández, J. (2010). Enseñar matemáticas con recursos de ajedrez. *Tendencias pedagógicas*, 1(15), 57-90.
- Gumede, K., y Rosholm, M. (2015). Your Move: The Effect of Chess on Mathematics Test Scores.
- Jerrim, J., Macmillan, L., Micklewright, J., Sawtell, M. y Wiggins, M. (2016). Chess in Schools. *Evaluation Report and Executive Summary. Education Endowment Foundation. Recuperado el 24 de noviembre de 2017, de https://educationendowmentfoundation.org.uk/public/files/Projects/Evaluation_Reports/EEF_Project_Report_Chess_in_Schools.pdf*.
- Joseph, O. E., Easvaradoss, O. V., Kennedy, O. A. y Kezia, O. E. J. (2016). Chess Training Improves Cognition in Children. *GSTF Journal of Psychology (JPpsych)*, 2(2).
- Kazemi, F., Yektayar, M. y Abad, A. M. B. (2012). Investigation the impact of chess play on developing meta-cognitive ability and math problem-solving power of students at different levels of education. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 32, 372-379.
- Maz-Machado, A. y Jiménez-Fanjul, N. (2012). Ajedrez para trabajar patrones en matemáticas en Educación Primaria. *EPSILON*, 81, 105-112.
- Nortes, R. N. y Nortes, A. (2015). El ajedrez como recurso didáctico en la enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas. *NÚMEROS*, 89, 9-31.
- Orden ECD 14 de junio de 2016, por la que se convoca el Programa "Ajedrez en la Escuela" en centros docentes públicos y privados concertados no universitarios de la Comunidad Autónoma de Aragón durante el curso 2016-17.
- Sardà, A. (2003). Argumentar: proposar i validar models, en N. Sanmartí (coord.), *Aprender Ciències tot aprenent a escriure ciència*, 121-148. Barcelona Edicions 62: Barcelona.
- Smith, J. P. y Cage, B. N. (2000). The Effects of Chess Instruction on the Mathematics Achievement of Southern, Rural, Black Secondary Students. *Research in the Schools*, 7(1), 19-26.
- Trincherò, R. (2013). Can chess training improve Pisa scores in mathematics? *An Experiment in Italian Primary Schools. Paris: Kasparov Chess Foundation Europe*.
- Polya, G (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. Trillas: México.

Alberto Arnal-Bailera es profesor en la Facultad de Educación de la Universidad de Zaragoza, Área de didáctica de la matemática. Doctor en Didáctica de las Matemáticas, Universidad Autónoma de Barcelona (2013). Sus intereses de investigación se centran en el análisis de secuencias didácticas que introduzcan elementos innovadores en la enseñanza de las Matemáticas en Primaria y Secundaria con recursos como Ajedrez, GeoGebra y otros. Una de sus últimas publicaciones ha sido: Arnal-Bailera, A., & Belloc, B. G. (2016). Construyendo una idea no estereotipada de triángulo con GeoGebra en Primero de Primaria. *Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo*, 5(1), 39-51. Pertenece al Grupo de investigación "S36_17D-Investigación en Educación Matemática" (Gobierno de Aragón) y al Proyecto de investigación nacional: EDU2015-65378-P (MINECO)
albarnal@unizar.es

Beatriz Gasca Lázaro. Graduada en Magisterio en Educación Primaria por la Universidad de Zaragoza.
beatriz.gasca.lazaro@gmail.com